



## INSTRUKCJE DLA ZAWODNIKÓW

Arkusze otwieramy na wyraźne polecenie komisji. Wszystkie poniższe instrukcje zostaną odczytane i wyjaśnione.

1. Arkusz składa się z **3 zadań**.
2. Każde zadanie składa się z **wprowadzenia** oraz kilku **pytań**.
3. Liczba punktów możliwa do uzyskania za każde pytanie podana jest przy jego treści. Suma tych punktów w każdym zadaniu wynosi 20.
4. Przed udzieleniem odpowiedzi na pytania **przeczytaj dokładnie** wprowadzenie oraz treści poleceń.
5. Po przeczytaniu treści zadania, spróbuj rozwiązać zadanie **na brudno**, na przeznaczonych do tego pustych arkuszach. Kiedy uznasz, że twoja odpowiedź jest poprawna, przepisz ją **czytelnie** na arkusz odpowiedzi. Nieczytelne odpowiedzi oraz arkusze zapełnione skreśleniami **nie będą oceniane**.
6. Do zapisu odpowiedzi używaj wyłącznie **długopisu lub pióra z czarnym lub niebieskim tuszem**. Do wykonywania rysunków możesz użyć ołówka.
7. Każdy arkusz odpowiedzi powinien zawierać odpowiedź, lub jej część, na **tylko jedno** zadanie.
8. Na pierwszej stronie każdego arkusza odpowiedzi, w prawym górnym rogu, zapisz czytelnie **swój kod** oraz **numer zadania**.
9. Czas na rozwiązanie zadań wynosi **120 minut**.

Powodzenia!

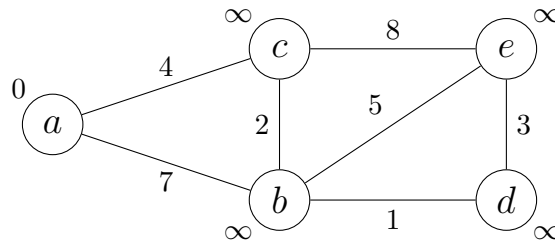
## ZADANIE 1

# Najkrótsze ścieżki

**Algorytm Dijkstry** służy do znajdowania najkrótszych ścieżek w grafie ważonym. W praktyce, przykładowo, może być użyty do znalezienia najkrótszej drogi z jednego miejsca do drugiego.

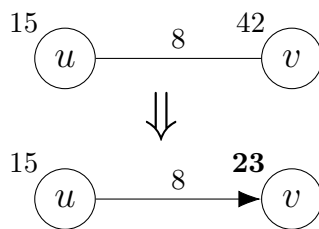
Każdy wierzchołek będzie mieć przypisaną dodatkową wartość liczbową: długość najkrótszej znalezionej dotychczas ścieżki prowadzącej do tego wierzchołka z punktu startowego. Początkowo wiemy jedynie, że najkrótsza ścieżka z punktu startowego do niego samego ma długość 0. Dla wszystkich innych wierzchołków przyjmujemy odległość  $\infty$ , ponieważ nie znamy do nich żadnej ścieżki i każda inna będzie lepsza.

W tym zadaniu chcemy znaleźć najkrótszą ścieżkę z  $a$  do  $e$  w grafie poniżej. Wierzchołek  $a$  będziemy nazywać startowym, natomiast  $e$  końcowym.

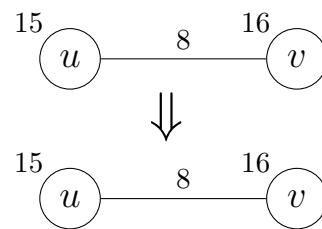


Wartości przypisane wierzchołkom będziemy poprawiać poprzez **relaksację krawędzi**. Relaksacja krawędzi polega na sprawdzeniu, czy przez daną krawędź prowadzi ścieżka krótsza niż najkrótsza do tej pory znaleziona.

Na przykład: mamy wierzchołki  $u$  i  $v$  połączone krawędzią  $(u, v)$ . Jeżeli najkrótsza znana ścieżka do  $u$  powiększona o wagę krawędzi  $(u, v)$  jest krótsza niż najkrótsza znana ścieżka do  $v$ , to znaleźliśmy krótszą ścieżkę do  $v$ .



(a) Znaleźliśmy lepszą ścieżkę, zmieniamy zapamiętaną wartość



(b) Nowa ścieżka jest gorsza, nie zmieniamy zapamiętanych wartości

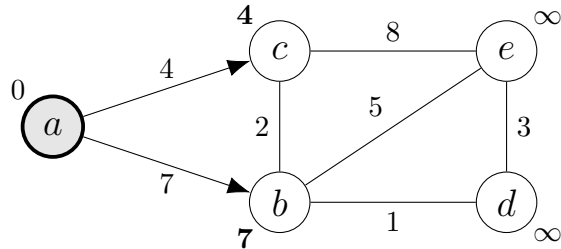
Zwróć uwagę, że gdy zmieniamy zapamiętaną wartość, zaznaczamy również strzałką którą prowadzi najkrótsza znaleziona ścieżka. Jeżeli do wierzchołka po prawo prowadziła wcześniej jakakolwiek inna strzałka, to musimy ją usunąć!

Relaksacji dokonujemy w pewnej ustalonej kolejności. W każdym kroku wybieramy wierzchołek, którego najkrótsza znana ścieżka jest najkrótsza spośród niewybranych wcześniej wierzchołków. Dokonujemy relaksacji wszystkich wychodzących z niego krawędzi i przechodzimy do kolejnego kroku. Powtarzamy tę czynność tak długo, aż dojdziemy do wierzchołka końcowego.

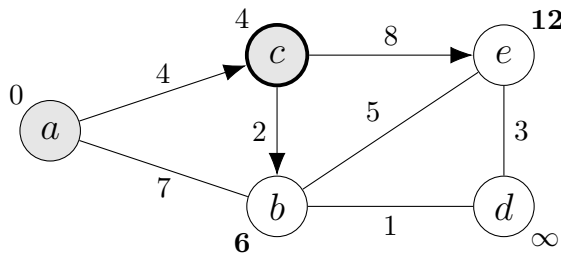
## ZADANIE 1

Najkrótsze ścieżki

W naszym przykładowym grafie wybierzemy najpierw wierzchołek  $a$  i dokonamy relaksacji wszystkich wychodzących z niego krawędzi:

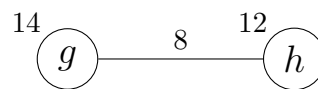
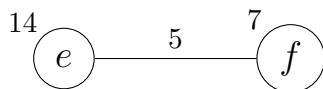
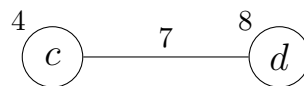
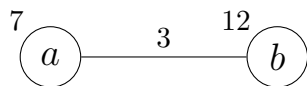


Następnie to samo uczynimy z wierzchołkiem  $c$ , jako że 4 jest najmniejszą z wartości wśród niewybranych wcześniej wierzchołków:



### PYTANIA

PYTANIE 1 Dokonaj relaksacji poniższych krawędzi. [4 punkty]



PYTANIE 2 Dokończ szukanie najkrótszej ścieżki z wierzchołka  $a$  do wierzchołka  $e$  w grafie z treści zadania. Narysuj wszystkie kolejne kroki tak jak na rysunkach w zadaniu. Podaj kolejne wierzchołki na najkrótszej ścieżce i całkowitą długość tej ścieżki. [8 punktów]

PYTANIE 3 Krawędzie w grafie mogą mieć również ujemne wagi – i w takich grafach również możemy znajdować najkrótsze ścieżki. Niestety, nie zadziała tu już algorytm Dijkstry. Narysuj przykładowy graf, w którym ścieżka znaleziona przez algorytm Dijkstry nie będzie najkrótszą możliwą. [4 punkty]

PYTANIE 4 Jeżeli w grafie znajduje się **cykl** o ujemnej długości, to nie da się w nim znaleźć najkrótszej ścieżki. Dlaczego? [4 punkty]

## ZADANIE 2

# Adresy i domeny

Każde urządzenie podłączone do internetu, jak laptop, smartfon czy drukarka, posiada **adres IP**. Są to liczby, zazwyczaj dość duże, których komputery używają ich do komunikowania się ze sobą.

Adresy te potrzebne są, na przykład, aby móc otworzyć jakąkolwiek stronę internetową. Jednak jako że zapamiętywanie ich przez człowieka byłoby trudne i niepraktyczne, ludzie w zamian używają **domen**. Są to przyjazne człowiekowi, łatwe do zapamiętania i powtórzenia adresy internetowe. Przykładami domen są `mi.edu.pl` czy `plock.eu`.

Komputery nadal jednak porozumiewają się przy pomocy adresów IP, dlatego podana przez człowieka domena musi być przetłumaczona. Służy do tego **system DNS**. Składa się on z sieci **serwerów DNS**, z których każdy posiada listę **reguł**, mówiących jaki adres IP odpowiada jakiej domenie, na przykład:

Domena	Adres IP
<code>mi.edu.pl</code>	15
<code>malachowianka.edu.pl</code>	24

Serwer DNS zapytany o przetłumaczenie domeny, znajduje ją w lewej kolumnie tabeli i odpowiada podając adres IP z prawej kolumny. Jeżeli domena nie znajduje się na liście, serwer odpowie „nie wiem”. Serwer powyżej zapytany o domenę `mi.edu.pl` odpowie „15”, natomiast zapytany o `kmplock.eu` odpowie „nie wiem”.

Jednak domen jest zbyt wiele, żeby każdy serwer DNS mógł posiadać ich pełną listę. Dlatego reguły zamiast domen mogą zawierać **wzory**. Wzór przypomina wyglądem domenę, jednak zaczyna się od gwiazdki. Przykładem wzoru jest `*.edu.pl`, co oznacza „wszystkie domeny kończące się na `.edu.pl`”. W szczególności wzór składający się z samej gwiazdki oznacza „wszystkie domeny”.

Dodatkowo, dany serwer może nie znać adresu IP odpowiadającego danej domenie, ale za to znać adres innego serwera, który powinien znać odpowiedź.

Domena	Znana	IP
<code>mi.edu.pl</code>	tak	15
<code>*.edu.pl</code>	nie	4

Serwer DNS zapytany o przetłumaczenie domeny porówna ją z każdą kolejną regułą, zaczynając od góry. Jeżeli znajdzie domenę lub pasujący do niej wzór w jednej z reguł, użyje jej do udzielenia odpowiedzi i zignoruje wszystkie dalsze reguły. Jeżeli żadna z reguł nie pasuje, odpowiedzią będzie „nie wiem”.

Jeżeli w drugiej kolumnie wybranej reguły znajduje się „tak”, serwer odpowie „wiem” i poda adres IP z ostatniej kolumny tej reguły. Na przykład używając powyższego zestawu reguł, serwer zapytany o `mi.edu.pl` odpowie „wiem, 15”.

Jeżeli druga kolumna zawiera słowo „nie”, odpowiedzią będzie „nie wiem, zapytaj X”, gdzie X to adres IP z ostatniej kolumny. Serwer z zestawem reguł powyżej, zapytany o `malachowianka.edu.pl` odpowie „nie wiem, zapytaj 4”.

PYTANIA

PYTANIE 1 Podaj 3 różne wzory, które pasują do domeny zapisy.mi.edu.pl.  
[3 punkty]

PYTANIE 2 Spójrz na listę reguł poniżej po prawo. Co odpowie serwer z taką listą na każde z zapytań na liście po lewo? [5 punktów]

(a) main.edu.pl			
(b) malachowianka.edu.pl	main.edu.pl	tak	32
(c) pl.wikipedia.org	*.edu.pl	nie	11
(d) cyfryzacja.gov.pl	cyfryzacja.gov.pl	tak	77
(e) men.gov.pl	*.gov.pl	nie	106
	men.gov.pl	tak	48

PYTANIE 3 Zamiast odpowiadać „nie wiem, zapytaj X”, serwer DNS może sam wykonać odpowiednie zapytanie i zwrócić taką odpowiedź jaką sam otrzyma. Serwery DNS pod adresami IP 1-4 zachowują się właśnie w ten sposób. Poniżej znajduje się lista reguł, którymi się posługują. Jeżeli zapytamy Serwer 1 poniżej o przetłumaczenie domeny mi.edu.pl, jaką odpowiedź otrzymamy? Które serwery zostaną kolejno zapytane o ten adres? [4 punkty]

Serwer 1			Serwer 2		
Domena	Znana	IP	Domena	Znana	IP
mazovia.pl	tak	133	*.com	nie	5
plock.eu	tak	21	*.eu	nie	6
powiat-plock.pl	tak	139	*.pl	nie	4
*	nie	2			

Serwer 3			Serwer 4		
Domena	Znana	IP	Domena	Znana	IP
main.edu.pl	tak	64	*.edu.pl	nie	3
mi.edu.pl	tak	42	*.org.pl	nie	9
*	nie	2	*	nie	2

PYTANIE 4 Gdybyśmy kolejny raz zapytali Serwer 1 z pytania powyżej o przetłumaczenie domeny mi.edu.pl, spowodowałyby to dokładnie ten sam łańcuch zapytań, co z kolei zajmuje czas. Aby przyspieszyć kolejne zapytania o tę samą domenę, nasze serwery mogą zapamiętywać odpowiedzi do przeszłych zapytań jako nowe reguły na swoich listach.

Gdybyśmy chcieli dodawać w ten sposób nowe reguły, w którym miejscu listy powinniśmy je umieszczać? Dlaczego? [2 punkty]

Jak wyglądałyby listy reguł serwerów z poprzedniego pytania po wykonaniu zapytania o mi.edu.pl? [6 punktów]

## ZADANIE 3

## Tajemniczy alfabet

Poniżej znajdują się wiadomości zaszyfrowane pewnym tajemniczym alfabetem. Twoim zadaniem będzie je rozszyfrować. Wiemy tyle, że:

- każdej literze polskiego alfabetu przyporządkowano dokładnie jeden symbol,
- tajemniczy alfabet nie rozróżnia małych i wielkich liter,
- wyrazy oddzielane są spacjami; poza tym nie ma znaków przestankowych (kropek, przecinków itp.)

## PYTANIA

PYTANIE 1 Poniżej znajduje się lista 15 polskich imion. Rozszyfruj ją.

[15 punktów]

1. OHHO

9. □□□□□□□□

2. H∇HO

10. □□□□□□□□

3. □□□□

11. □□□□□□□□

4. □□□□

12. □□□□□□□□

5. □□□□□

13. □□□□□□□□

6. □□□□□

14. □□□□□□□□

7. □□□□□

15. □□□□□□□□

8. □□□□□□□□

PYTANIE 2 Poniżej znajduje się zdanie będące **pangramem**, to jest zawierające każdą literę alfabetu dokładnie raz. Rozszyfruj je. [5 punktów]

□□□□□ □□□□□

□□□□□ □□□□□ □□□□□

□□□□□ □□□□□ □□□□□