

Wprowadzenie do teorii grafów

Malachoviacus Informaticus – IV edycja

27 lutego 2017

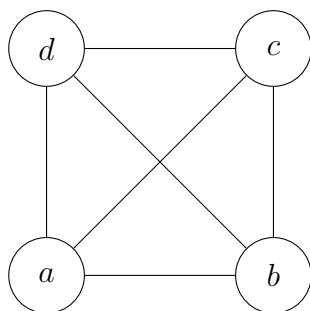
Wprowadzenie

Poniższy dokument zawiera wprowadzenie do teorii grafów. Omawia pojęcia, których znajomość będzie niezbędna do rozwiązania zadań w pierwszym etapie konkursu. Polecamy dokładnie zapoznać się z dostarczonymi wyjaśnieniami. Przydatne może być również wyszukanie dodatkowych informacji na własną rękę.

Zapoznanie się i zrozumienie informacji zawartych poniżej jest częścią konkursu. Rozwiązywanie zadań na końcu każdej z sekcji **nie** jest wymagane, jednak może pomóc w lepszym zrozumieniu materiału.

Wierzchołki i krawędzie

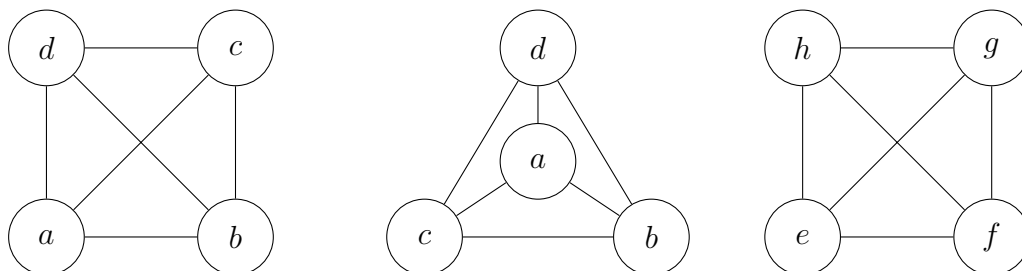
Graf to matematyczna konstrukcja składająca się z **wierzchołków** oraz łączących je **krawędzi**. Wierzchołki będziemy oznaczać małymi literami alfabetu (a, b, c, \dots), a krawędzie jako pary wierzchołków, np. (a, c) , (b, b) itp. Dwa wierzchołki połączone krawędzią nazywamy **sąsiadami**.



Rysunek 1: Przykład grafu posiadającego wierzchołki a, b, c i d oraz krawędzie (a, b) , (a, c) , (a, d) , (b, c) , (b, d) i (c, d) .

Diagramy takie jak na rysunku 1 stanowią jedynie graficzną reprezentację grafów. Położenie wierzchołków ani kształt krawędzi nie są w rzeczywistości

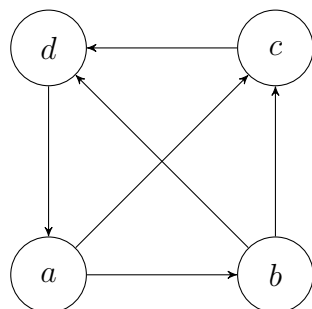
częścią grafu. Również oznaczenia literowe wierzchołków istnieją jedynie dla ich rozróżnienia wewnątrz grafu. Możemy je dowolnie zmieniać, nie wpływając w żaden sposób na ogólną strukturę.



Rysunek 2: Powyższe grafy, mimo różnic w wyglądzie i oznaczeniach wierzchołków, w rzeczywistości są identyczne.

Grafy skierowane i nieskierowane

Graf skierowany to taki, w którym każda z krawędzi ma przypisany kierunek. W takim grafie krawędź (u, v) różni się od krawędzi (v, u) . Na diagramach oznaczamy to przy użyciu strzałki na końcu każdej z krawędzi.



Rysunek 3: Przykład grafu skierowanego.

W **grafie nieskierowanym** krawędzie nie posiadają kierunku. W takim grafie krawędzie (u, v) i (v, u) są identyczne. Na diagramach krawędzie będą po prostu ciągłymi liniami, tak jak na rysunkach 1 i 2.

Ścieżki i cykle

Ścieżką w grafie nazywamy ciąg krawędzi taki, że każda kolejna krawędź zaczyna się tam, gdzie poprzednia się skończyła. Przykładem ścieżki w grafie na rysunku 1 będzie $(a, c), (c, b), (b, d)$. Dla skrócenia zapisu możemy podawać jedynie kolejne wierzchołki (np. a, c, b, d), jednak należy pamiętać, że ścieżka jest ciągiem krawędzi, nie wierzchołków.

Zwróć uwagę, że mimo posiadania tych samych wierzchołków i niemal tych samych krawędzi, graf z rysunku 3 nie posiada ścieżki a, c, b, d , ponieważ nie istnieje w nim krawędź (b, c) , a jedynie (c, b) .

Cykl to taka ścieżka w grafie, która zaczyna się i kończy w tym samym wierzchołku. W grafie na rysunku 1 mamy kilka cykli, na przykład a, b, d, a . Graf, który nie posiada cykli nazywamy **acyklicznym**.

Zadania

Dla obycia się z ideą grafów możesz wykonać następujące zadania:

1. Wypisz wszystkie cykle znajdujące się w grafie na rysunku 1. Które z tych cykli nie znajdują się w grafie z rysunku 3?
2. I edycja, I etap, zadanie 2: „Problem mostów Królewieckich”
3. arkusz przykładowy, zadanie 1: „Drzewa przeszukiwań binarnych”
4. III edycja, I etap, zadanie 1: „Sortowanie topologiczne”
5. I edycja, II etap, zadanie 3: „Obliczenia równoległe po raz drugi”
6. II edycja, II etap, zadanie 2: „Odświeżanie pamięci”
7. III edycja, II etap, zadanie 3: „Kategorie przemienne”